

Gokt u mee?

Waarom spelen mensen lotto en hoeveel kans hebben ze om prijzen te winnen? De spelregels zijn veranderd en de jackpot is verhoogd: reden om de lotto onder de loep te nemen.

M.B.Vermaat en R.H. Koning*

Vijfentwintig augustus is in de Verenigde Staten de jackpot van de *Powerball Lottery* gevallen. De eigenaars van vier loten moeten samen \$ 295 miljoen delen, naar keuze \$ 41 miljoen ineens, of vijfentwintig jaarlijkse annuïteiten van \$ 2,9 miljoen. De vier winnaars hebben dus elk honderd miljoen gulden gewonnen, en dat is natuurlijk een droom van velen.

Nederlanders hebben ook de mogelijkheid om de jackpot van de lotto te winnen. In juni 2000 zijn de spelregels van de lotto veranderd: het cijferspel is veranderd in de Euroloterij en de jackpot is verhoogd tot minimaal vier miljoen gulden. De kans om de jackpot van de *Powerball Lottery* in de VS te winnen was ongeveer één op tachtig miljoen. In dit artikel zullen we nagaan of het ook mogelijk is om in Nederland zo'n grote prijs te winnen en wat de kans is op een dergelijk bedrag.

Motieven deelnemers

Hoewel de verwachte opbrengst van deelname aan de lotto negatief is (dit wordt later gekwantificeerd), worden voor elke trekking toch veel loten verkocht. De lotto besteedt minimaal 47,5 procent van de inleg aan prijzen; de rest

wordt uitgekeerd aan goede doelen. Het gaat echter te ver om deelname aan de lotto te verklaren uit altruïsme van de deelnemers. Ook economische theorie biedt slechts een beperkte basis om de deelname aan de lotto te verklaren. Empirisch onderzoek verwerpt namelijk het verwachte-nutsmodel voor keuze onder onzekerheid. Ook risico-averse mensen zijn bereid om een klein beetje te betalen voor de droom dat ze in één keer veel geld winnen. Men ontleent nut aan deze spanning en dat verklaart de deelname¹.

Nederlands lottosysteem

De Nederlandse lotto (met jackpot) wordt als volgt gespeeld. Deelnemers vullen een formulier in, waarop ze zes getallen (tussen 1 en 45) en een kleur kiezen. Het is ook mogelijk om een formulier te kopen waarop reeds zes getallen en een kleur zijn voorgedrukt. Een dergelijk voorgedrukt formulier staat op de volgende pagina afgebeeld (figuur 1). Onder notarieel toezicht vindt vijf keer per maand de trekking plaats. Er worden zes ballen getrokken uit een kom met 45 ballen, zonder teruglegging. Vervolgens wordt een extra bal uit de 39 resterende ballen getrokken, de zogenaamde bonusbal. Tenslotte wordt uit een andere kom één gekleurde bal uit 36 ballen getrokken. In deze kom zitten zes ballen van elke kleur. Een speler wint de jackpot, als hij alle zes ballen in willekeurige volgorde goed heeft ingevuld op zijn formulier en de kleur van de laatst getrokken bal juist is.

Men kan twee verschillende soorten loten kopen voor de lotto. De ene soort kost één gulden en hiermee kan men niet meedingen naar de jackpot. Het andere type lot kost f 1,50 en daarmee doet men wel mee voor de jackpot. In tabel 1 staan de uitbetalingen voor de verschillende prijzen. De jack-

Kansen in de lotto

We nemen aan dat elke trekking van zeven getallen (zes ballen en een bonusbal) even waarschijnlijk is. De kans op k goede ballen kan worden uitgerekend met de hypergeometrische kansverdeling. De kansen in deze verdeling zijn niets anders dan het aantal mogelijkheden waarop je k goede ballen en $6-k$ foute ballen kunt trekken uit 6 respectievelijk 39 mogelijke ballen, gedeeld door het totaal aantal manieren waarop je 6 ballen uit 45 ballen kunt trekken ($k = 0, \dots, 6$). Zo is de kans op 4 goede ballen gelijk aan 0,00136.

Als de eerste zes getrokken ballen niet allemaal goed zijn ingevuld, is het mogelijk dat het getal van de bonusbal wel is ingevuld. De kans op deze laatste gebeurtenis is $(6-k)/39$. Met kans $6/36^*$ is de kleur correct en met kans $30/36^*$ niet, want er zijn zes ballen van elke kleur en er zijn zes kleuren.

De kans dat een bepaald resultaat optreedt, is het product van deze drie kansen. De kans op 4 goede ballen, bonusbal goed en kleur goed, is dus gelijk aan $0,00136 * (6-4)/39 * 6/36 = 0,000012$. Dit resultaat levert een uitbetaling op van f 375 (zie 6^e prijs in tabel 1).

pot is een prijs van minimaal vier miljoen gulden, die dus wordt uitgekeerd als alle zes getallen en de kleur goed zijn ingevuld. Als er meerdere winnaars zijn, dan wordt de jackpot door de winnaars gelijkmatig gedeeld. Dit geldt ook voor de eerste, tweede en derde prijs. Als de jackpot in een bepaalde week niet wordt uitgekeerd, dan blijft deze staan voor de volgende trekking. Tevens wordt de jackpot verhoogd met f 500.000. Dit herhaalt zich tot de zestigste trekking.

* De eerste auteur studeert econometrie in Groningen, alwaar de tweede auteur werkzaam is bij de vakgroep Econometrie. Zij danken Bram van Essen, Ton Steerneman en Bert Schoonbeek voor hun commentaar.

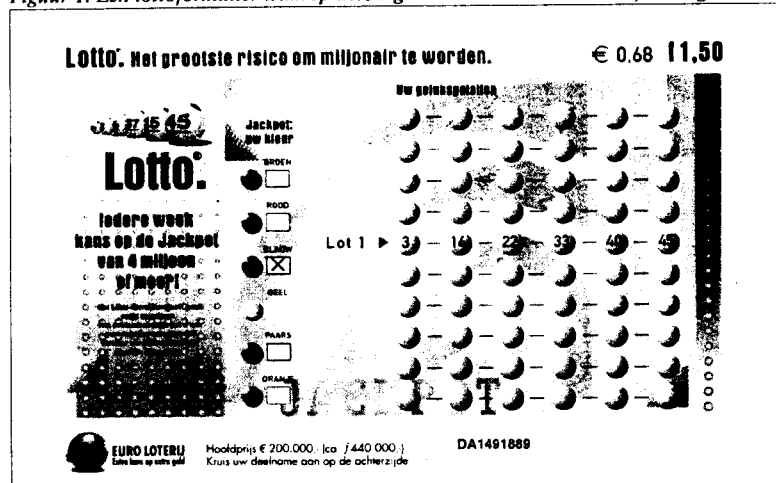
1. Zie ook I. Walker, The economic analysis of lotteries, *Economic Policy*, jrg. 13, nr. 27, 1998, blz. 356-402.

Als de jackpot dan nog niet is gevallen, dan wordt hij zeker uitgekeerd tijdens de 61^e trekking, eventueel aan iemand die bijvoorbeeld alle zes getallen goed heeft gekozen, maar de kleur niet juist heeft.

Kansen

Uit de tabel blijkt dat de kans om een willekeurige prijs te winnen 17,5 procent is, dat is bijna één op vijf. Uiteraard zijn de kansen op 'kleine' prijzen veel groter dan de kansen op 'grote' prijzen, en die 'kleine' prijzen hoeven dan ook niet te worden gedeeld als er meerdere winnaars zijn. De verwachte uitbetaling op een lot van f 1,50 is f 0,63 en die van een één-guldenlot is f 0,35. In de 'oude' lotto werden alleen één-guldenloten verkocht en die hadden als verwachte opbrengst f 0,31. Het spel is dus aantrekkelijker geworden voor de deelnemers. De verwachte uitkering per lot is lager dan het uitkeringspercentage van de totale inleg, dat circa vijftig procent is. De reden hiervoor is, dat met een kleine, maar niet te verwaarlozen kans, de jackpot en de eerste drie prijzen moeten worden gedeeld tussen meerdere winnaars.

Figuur 1. Een lottoformulier waarop de zes getallen en de kleur reeds zijn voorgedrukt



Aselecte trekking

De lottomachine trekt de balletjes aselect: elke bal heeft een even grote kans om getrokken te worden als een andere bal. Het is discutabel of de deelnemers het formulier ook aselect invullen: vaak gebruiken mensen hun huisnummer, hun geboortedatum, de leeftijd van de kinderen, en andere gemakkelijke getallen om de lotto in te vullen. De Belgische wiskundige Constaes heeft dan ook beargumenteerd dat grosso modo lagere nummers populairder zijn dan hogere nummers². Dat betekent dat als de hoofdprijs op een reeks met lage nummers valt, het waar-

schijnlijker is dat meerdere mensen dat rijtje hebben ingevuld en zij dus de prijs moeten delen. Analyse van de kansen om de lotto te winnen wordt echter zeer complex als men rekening houdt met het invulgedrag van de deelnemers. Daarom gaan wij er van uit dat de deelnemers hun rijtjes op strikt toevallige wijze invullen.

Jackpot

De kans om in een bepaalde trekking de jackpot te winnen, is $2,046 \times 10^{-8}$, dat is ongeveer één op 49 miljoen (zie tabel 1). Dit betekent dat als elke inwoner van Nederland drie loten zou kopen en deze willekeurig zou invullen, men kan verwachten dat de jackpot op één lot valt. Dieker en Tijms schatten op ingenieuze wijze het aantal loten dat meedoet aan een trekking van de lotto. Dat aantal is ongeveer 3,2 miljoen³. Als we dat als uitgangspunt nemen, kunnen we uitrekenen dat de kans dat de jackpot valt tijdens een trekking slechts 6,3 procent is. Met een kans van 93,7 procent valt de jackpot niet, zodat deze wordt verhoogd en blijft staan voor de volgende trekking. Sterker nog, met een kans van twee procent groeit de jackpot aan tot het maximum van 34 miljoen gulden en valt deze

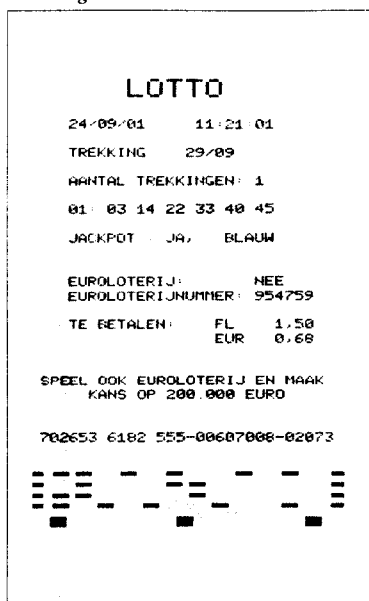
Tabel 1. Overzicht van de prijzen in het huidige lottospel

| prijs | voorwaarden | prijs in gulden | kans | prijscategorie |
|--------------------|------------------------|-----------------|--------------------------|---------------------|
| jackpot | 6 + kleur | 4.000.000 | $2,04623 \times 10^{-8}$ | gedeeld |
| 1e | 6 goed | 1.000.000 | $1,02312 \times 10^{-7}$ | gedeeld |
| 2e | 5 + bonus + kleur goed | 150.000 | $1,22774 \times 10^{-7}$ | gedeeld |
| 3e | 5 + bonus | 100.000 | $6,13869 \times 10^{-7}$ | gedeeld |
| 4e | 5 + kleur goed | 1500 | $4,6654 \times 10^{-6}$ | geld |
| 5e | 5 goed | 1000 | $2,3327 \times 10^{-5}$ | geld |
| 6e | 4 + bonus + kleur | 375 | $1,16635 \times 10^{-5}$ | geld |
| 7e | 4 + bonus | 250 | $5,83176 \times 10^{-5}$ | geld |
| 8e | 4 + kleur | 37,5 | 0,000215775 | geld |
| 9e | 4 goed | 25 | 0,001078875 | geld |
| 10e | 3 + bonus + kleur | 15 | 0,0002877 | geld |
| 11e | 3 + bonus | 10 | 0,0014385 | geld |
| 12e | 3 + kleur | 7,5 | 0,003452399 | geld |
| 13e | 3 goed | 5 | 0,017261997 | geld |
| 14e | 2 + bonus + kleur | 3 | 0,0025893 | 2 loten met jackpot |
| 15e | 2 + bonus | 2 | 0,012946498 | 2 loten |
| 16e | 2 + kleur | 1,50 | 0,022656371 | 1 met jackpot |
| 17e | 2 goed | 1 | 0,113281854 | 1 lot |
| kans op een prijs: | | | 0,175308101 | |

2. Zie <http://cage.rug.ac.be/~dc/Lotto.html>.

3. Zie T. Dieker en H. Tijms, Durft u het risico aan?, *StatOR*, jrg. 2, nr. 1, 2001, blz. 9-14.

Figuur 2. Biljet waarmee de prijs kan worden geïnd



pas na 61 trekkingen. Indien een deelnemer aan de lotto zich niet laat leiden door de hoogte van de jackpot en op een willekeurig moment aan de lotto mee doet, is de gemiddelde hoogte van de jackpot 11,2 miljoen gulden. Dat is dus aanzienlijk meer dan het minimumbedrag van vier miljoen gulden. Naar verwachting duurt het zo'n zestien weken voordat de jackpot valt.

De kans op de jackpot

De kans dat de jackpot valt op een willekeurig lot geven we aan met p . Als er nu N mensen deelnemen aan de lotto, dan is de kans dat niemand de jackpot wint gelijk aan $\pi = (1-p)^N$, hetgeen te benaderen is door $\exp(-Np)$. De kans dat niemand de jackpot in de eerste trekking wint, is dus π . De kans dat hij niet in de eerste maar wel in de tweede trekking valt, is $(1-\pi)\pi$. De kans dat de jackpot pas na k trekkingen valt, is gelijk aan $(1-\pi)^{k-1}\pi$: de jackpot valt in dat geval niet op de eerste $k-1$ trekkingen en wel op de k^e trekking. Het aantal trekkingen volgt dus een negatief-binomiale verdeling. Uiteraard geldt deze uitdrukking alleen voor de eerste zestig trekkingen: als de jackpot dan nog niet is gevallen, doet hij dat zeker in de 61^e trekking. Voor de Nederlandse lotto hebben we $p = 2,046 \times 10^{-8}$ en $N = 3,2$ miljoen.

Strategieën

Zijn er nu slimme strategieën te bedenken die leiden tot een hogere verwachte uitbetaling van de lotto? Volgens Dierker en Tijms wordt circa vijftig procent van het ingelegde geld uitbetaald aan prijzen: de lotto is op lange termijn een verliesgevende instelling voor iemand die altijd mee doet. Echter, stelt u zich eens voor dat Tyche u een handje helpt en er gedurende zestig trekkingen geen jackpot valt. U weet dan zeker dat in de eerstvolgende trekking de jackpot van 34 miljoen gulden wel zal vallen. Als het aantal verkochte loten voor die trekking nu meer dan vijfvoudigt tot zestien miljoen (elke Nederlander een lot), is de verwachte uitbetaling op een lot toch nog altijd $f 1,83$. Op de inleg

van $f 1,50$ is dit een verwacht rendement van 22 procent.

De kleine kansen in dit artikel hoeven voor de lezer geen enkele belemmering te zijn om deel te nemen aan de lotto. Veel mensen ontlenen plezier aan deelname aan de lotto, en een deel van de inleg komt ten goede aan charitatieve instellingen. Gebeurtenissen met kleine kans treden echt op: een inwoner uit Zeist won eerder dit jaar één miljoen gulden in de post-codeloterij miljoenenjacht, om begin september nog eens mee te doen en een hoofdprijs van tien miljoen gulden te winnen.

Thijs Vermaat en Ruud Koning

Gok op de goede website!

Bezoek **www.economie.nl** en ontvang de nieuwste informatie over economie. Meld u aan voor de gratis emailservice met de wekelijkse ESB-persberichten.

Grote kans dat de discussierubriek nieuwe bijdragen bevat, dat het economie-abc is uitgebreid en dat u onze boekentip van de maand, met on-line bestelservice, goed kunt gebruiken.

ESB realiseert verwachte waarde. Binnenkort op de site: on-line forumdiscussie over actuele politiek-economische stellingen.